

T.P.N° 11.1:

Un cuerpo de peso $W = 100 \text{ Kg}$ cae desde una altura $h = 20 \text{ cm}$, hasta chocar con el extremo de un pilar cuadrado de 18 cm de lado de hormigón. Se pide determinar el acortamiento máximo del pilar.

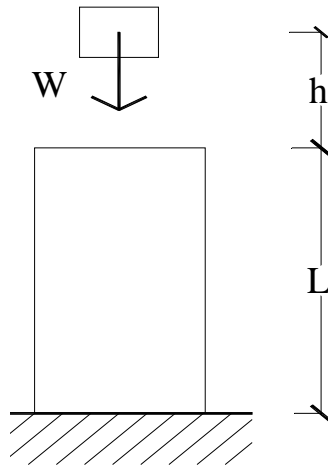
Datos

$$E_{H^o} = 140 \text{ tn/cm}^2$$

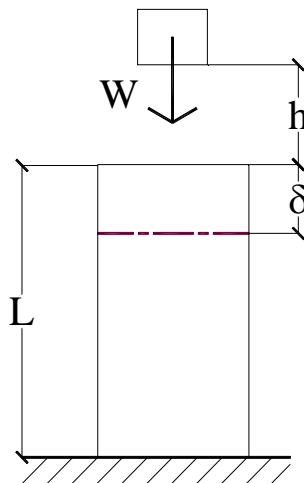
$$h = 20 \text{ cm}$$

$$L = 120 \text{ cm}$$

$$\Omega = 18 \times 18 \text{ cm}^2$$



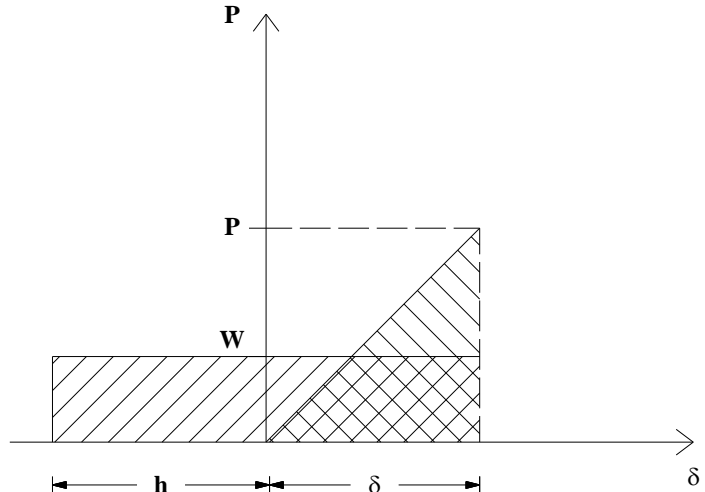
El trabajo realizado por la carga dinámica (W) debe ser igual al trabajo realizado por una carga estática equivalente (P) que produce la misma deformación δ en la estructura que la carga dinámica.



Trabajo realizado por la carga dinámica: $W_1 = W (h + \delta)$

Trabajo realizado por la carga estática equivalente: $W_2 = \frac{P \times \delta}{2}$

$$W_1 = W_2 \rightarrow W (h + \delta) = \frac{P \times \delta}{2} \quad (1)$$



$$\begin{aligned} \text{Siendo: } \delta &= \frac{P \times L}{\Omega \times E} \rightarrow P = \frac{\Omega \times E}{L} \times \delta \\ &\Rightarrow W(h + \delta) = \frac{\Omega \times E}{2L} \times \delta^2 \\ &\Rightarrow -\frac{\Omega \times E}{2L} \times \delta^2 + W \times \delta + W \times h = 0 \end{aligned}$$

O bien:

$$\begin{aligned} \Omega \times E \times \delta^2 - 2L \times W \times \delta - 2L \times W \times h = 0 &\rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \\ \Rightarrow \delta &= \frac{2L \times W}{2\Omega \times E} + \sqrt{\left(\frac{2L \times W}{2\Omega \times E}\right)^2 + \frac{2L \times W \times h}{\Omega \times E}} \\ \Rightarrow \delta &= \frac{L \times W}{\Omega \times E} + \sqrt{\left(\frac{L \times W}{\Omega \times E}\right)^2 + 2\left(\frac{L \times W}{\Omega \times E}\right) \times h} \\ \Rightarrow \delta &= \frac{L \times W}{\Omega \times E} + \left(\frac{L \times W}{\Omega \times E}\right) \times \sqrt{1 + 2\left(\frac{\Omega \times E}{L \times W}\right) \times h} \\ \Rightarrow \delta &= \frac{L \times W}{\Omega \times E} \times \left(1 + \sqrt{1 + 2\left(\frac{\Omega \times E}{L \times W}\right) \times h}\right) = \delta_{EST.} \times \varphi \end{aligned}$$

Reemplazando valores: $\Omega = 18 \times 18 = 324 \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \delta &= \frac{120 \text{ cm} \times 0,1 \text{ tn}}{324 \text{ cm}^2 \times 140 \text{ tn/cm}^2} \times \left(1 + \sqrt{1 + 2 \times \left(\frac{324 \text{ cm}^2 \times 140 \text{ tn/cm}^2}{120 \text{ cm} \times 0,1 \text{ tn}}\right) \times 20 \text{ cm}}\right) = \\ \Rightarrow \delta &= 2,65 \times 10^{-4} \text{ cm} \times 389,85 = 0,103 \text{ cm} \end{aligned}$$

Siendo $\varphi = 389,85$ coeficiente de impacto.

T.P.N° 11.2 :

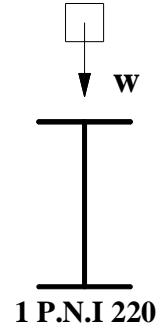
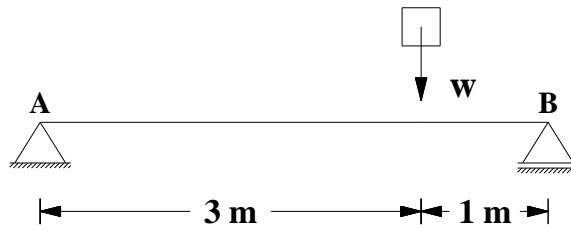
Para la siguiente viga sometida a una carga W que cae desde una altura h , determinar la máxima tensión.

Datos:

$$E = 2100 \text{ tn/cm}^2$$

$$W = 0,4 \text{ tn}$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

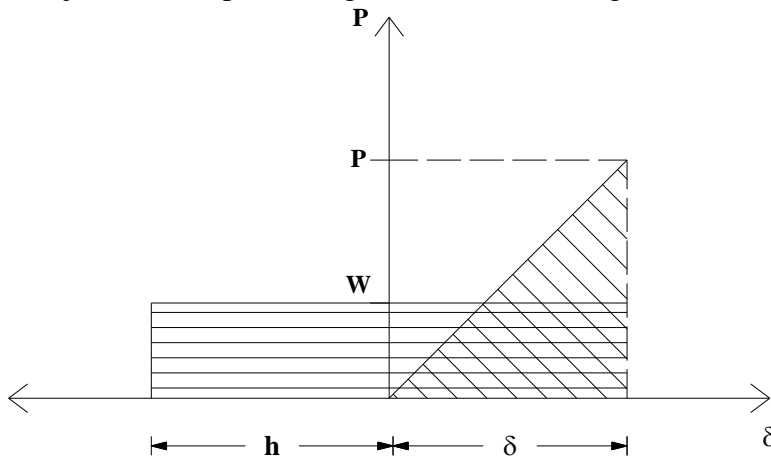


1- Características geométricas de la sección

1 P.N.I 220	$\Omega = 39,5 \text{ cm}^2$
	$W_x = 278 \text{ cm}^3$
	$I_x = 3060 \text{ cm}^4$

2- Carga estática equivalente

La carga estática debe producir la misma deformación δ que produce la carga dinámica. Para ello el trabajo realizado por la carga estática debe ser igual al realizado por la carga dinámica..



$$W_1 = W (h + \delta)$$

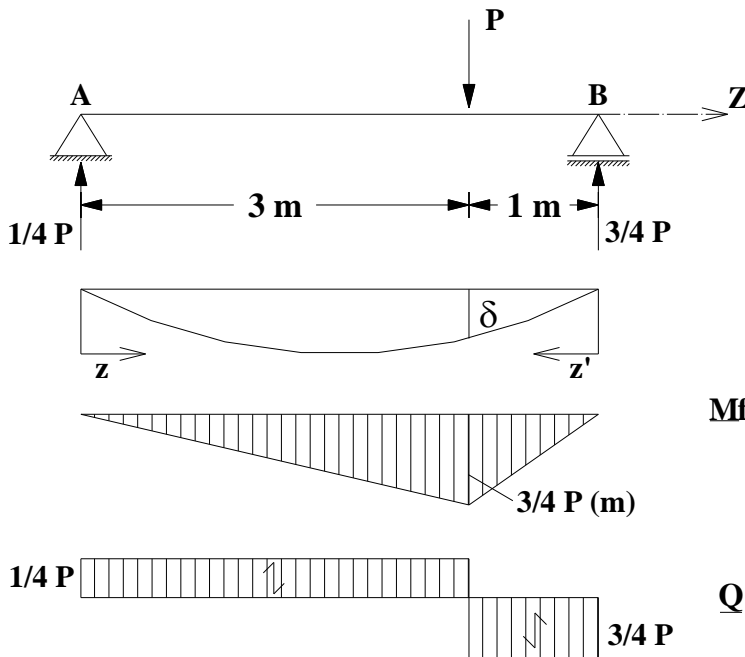
$$W_2 = \frac{P \times \delta}{2}$$

$$\Rightarrow W_1 = W_2 \rightarrow W (h + \delta) = \frac{P \times \delta}{2}$$

$$W \times h + W \times \delta - \frac{P \times \delta}{2} = 0$$

$$P \times \delta - 2 W \times \delta - 2 W \times h = 0 \quad (1)$$

3- Determinación de δ (Por energía de deformación)



$$W_i = \int_0^z \frac{M_{(z)}^2}{2 E \times I} dz + k \int_0^z \frac{Q_{(z)}^2}{2 G \times \Omega} dz$$

Energía
por
Flexión

Energía
por
Corte

Mf

Q

Se puede despreciar la energía acumulada por corte por que representa el 3 % o 4 % de la energía acumulada por flexión

$$W_i = \frac{1}{2 E \times I_x} \left[\int_0^{300} \left(\frac{1}{4} P \times Z \right)^2 dz + \int_0^{100} \left(\frac{3}{4} P \times Z \right)^2 dz \right] =$$

$$W_i = \frac{1}{2 E \times I_x} \left[\left(\frac{P^2}{16} \times \frac{Z^3}{3} \right)_0^{300} + \left(\frac{9}{16} P^2 \times \frac{Z^3}{3} \right)_0^{100} \right] = \frac{1}{2 E \times I_x} \left(\frac{P^2}{16} \times \frac{300^3}{3} + \frac{9}{16} P^2 \times \frac{100^3}{3} \right)$$

$$W_i = \frac{P^2}{2 E \times I \times 48} (300^3 + 9 \times 100^3)$$

$$W_i = \frac{750.000 \times P^2}{2 E \times I_x}$$

Haciendo $W_e = W_i$

$$\rightarrow \frac{P \times \delta}{2} = \frac{750.000 \times P^2}{2 E \times I_x} \rightarrow \delta = \frac{750.000 \times P}{E \times I_x}$$

$$\rightarrow \delta = \frac{750.000 \times (100 \text{ cm/m})^3 \times P}{2100 \text{ tn/cm}^2 \times 3060 \text{ cm}^4} (\text{m}^3) = 0,117 \times P \left(\frac{\text{cm}}{\text{tn}} \right)$$

4-Determinación de P y σ_{\max} .

Reemplazando δ en (1)

$$P \times \delta - 2 W \times \delta - 2 W \times h = 0$$

$$0,117 \times P^2 - 2 \times 0,117 \times W \times P - 2 \times W \times h = 0$$

$$\rightarrow P = \frac{(2 \times 0,117) \times W}{2 \times 0,117} + \sqrt{\left(\frac{2 \times 0,117}{2 \times 0,117} \right)^2 \times W^2 + \frac{2 W \times h}{0,117}}$$

$$\rightarrow P = W + \sqrt{W^2 + \frac{2 W \times h}{0,117}}$$

$$\rightarrow P = W \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 h}{0,117 W}} \right] = W \times \varphi$$

$$\rightarrow P = 0,4 \text{ tn} \times \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 5}{0,117 \times 0,4}} \right] =$$

$$\rightarrow P = 0,4 \text{ tn} \times 15,65$$

$$P = 6,26 \text{ tn}$$

$$M_{\max.} = \frac{3}{4} P \times 100 = \frac{300}{4} \text{ cm} \times 6,26 \text{ tn} = 470 \text{ tncm}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max.}}{W_x} = \frac{470 \text{ tncm}}{278 \text{ cm}^4} = 1,69 \text{ tn/cm}^2$$

TP N° 11.3:

La siguiente estructura constituida por dos P.N.U 240 , se encuentra sometida a la acción de una carga W que cae desde una altura h en el extremo del voladizo CD. Se pide:

- Determinar los diagramas de M , Q y N .
- Determinar el σ_{\max} originado.

Datos:

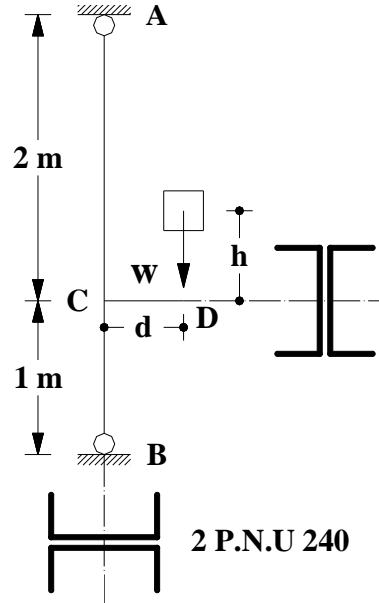
$$E = 2100 \text{ tn/cm}^2$$

$$W = 120 \text{ Kg}$$

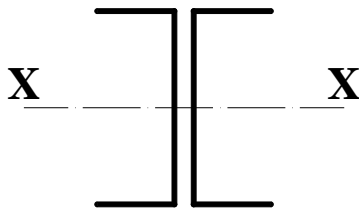
$$h = 5 \text{ cm}$$

\overline{CD} = rígida

$$d = 0,40 \text{ m}$$



1-Características Geométricas de la sección

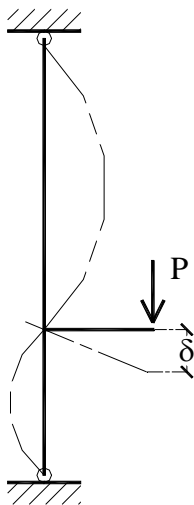


$$\Omega = 2 \times 42,3 = 84,6 \text{ cm}^2$$

$$W_x = 2 \times 300 = 600 \text{ cm}^3$$

$$I_x = 2 \times 3600 = 7200 \text{ cm}^4$$

2-Planteo del problema

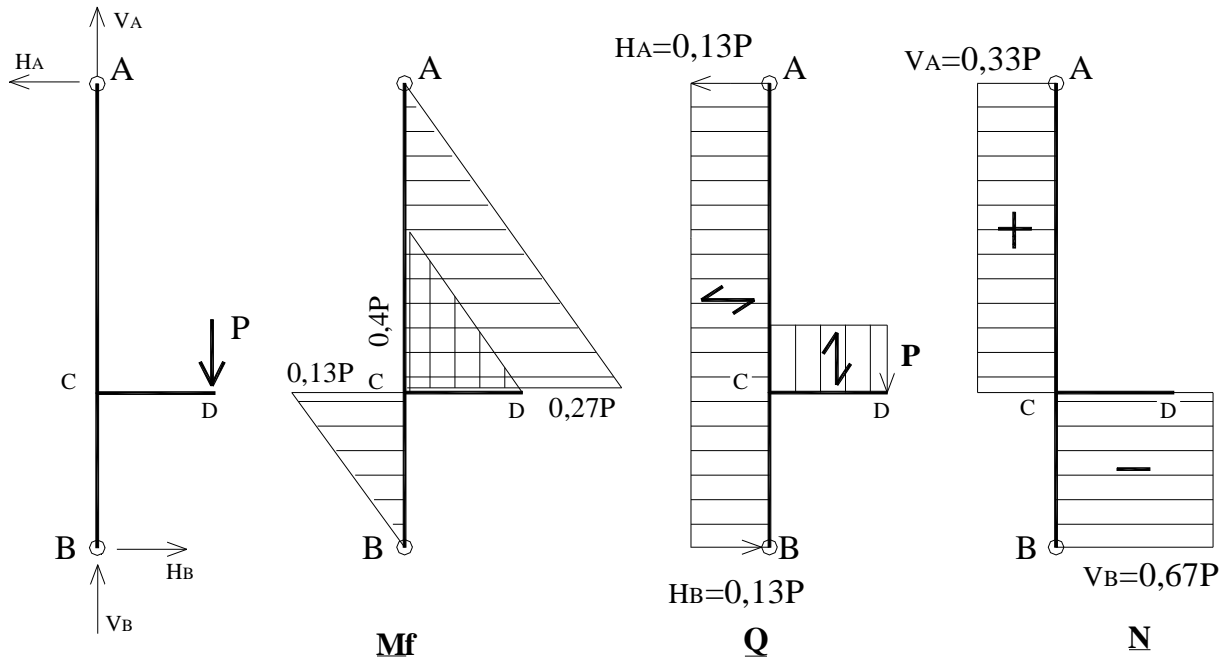


Se reemplaza la carga dinámica W por una carga estática P que produce la misma deformación δ en el punto de aplicación, para ello hacemos:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= W(h + \delta) \\ W_2 &= \frac{P \times \delta}{2} \end{aligned} \right\} W_1 = W_2 \rightarrow W(h + \delta) = \frac{P \times \delta}{2} \quad (1)$$

3- Cálculo de Solicitaciones

D.C.L.



a) Reacciones horizontales

$$(1) \sum M_c = 0 \rightarrow P \times 0,4 - H_B \times 1 - H_A \times 2 = 0 \rightarrow P \times 0,4 - 3H = 0$$

$$(2) \sum F_h = 0 \rightarrow H_A - H_B = 0 \rightarrow H_A = H_B = H$$

$$\Rightarrow H = H_A = H_B = \frac{0,4}{3} \times P = 0,13 \times \bar{P}$$

b) Reacciones verticales

$$(3) \sum F_v = 0 \rightarrow V_A + V_B - P = 0$$

Deformacion $\rightarrow \delta_B = 0 \rightarrow \Delta l_{AC} + \Delta l_{CB} = 0$ (4)

$$\Rightarrow \frac{V_A \times 200 \text{ cm}}{\Omega \times E} - \frac{V_B \times 100 \text{ cm}}{\Omega \times E} = 0 \rightarrow 200 V_A - 100 V_B = 0$$

$$\rightarrow V_B = 2 V_A$$

Reemplazando en (3): $V_A + 2 \times V_A - P = 0 \rightarrow 3 V_A - P = 0 \rightarrow \begin{cases} V_A = \frac{P}{3} = 0,33 P \\ V_B = \frac{2}{3} P = 0,67 P \end{cases}$

4- Determinación de δ (por energía de deformación)

Se desprecia la energía de deformación por corte y por esfuerzo normal

$$W_e = \frac{P \times \delta}{2}$$

$$W_i = \int_0^z \frac{M^2(z)}{2 E \times I} dz$$

$$W_i = \int_0^{200} \frac{(H_A \times z)^2}{2 E \times I} dz + \int_0^{100} \frac{(H_B \times z)^2}{2 E \times I} dz = \frac{1}{2 E \times I} \left[H_A^2 \times \frac{z^3}{3} \Big|_0^{200} + \frac{H_B^2 \times z^3}{3} \Big|_0^{100} \right] =$$

$$W_i = \frac{(0,13 \times P)^2}{2 E \times I} \times \left[\frac{200^3}{3} + \frac{100^3}{3} \right] = \frac{50700 \times P^2}{2 E \times I} (\text{cm}^3)$$

Luego:

$$\frac{50700 \times P^2}{2 E \times I} = \frac{P \times \delta}{2}$$

$$\delta = \frac{50700 \times P^2}{E \times I} (\text{cm}^3) = \frac{50700 \times P (\text{cm}^3)}{2100 \text{ tn/cm}^2 \times 7200 \text{ cm}^4} =$$

$$\rightarrow \delta = 0,00353 \times P \left(\frac{\text{cm}}{\text{tn}} \right)$$

5-Determinación de P y σ_{\max}

$$\text{Siendo : } W (h + \delta) = \frac{p \times \delta}{2} \rightarrow P \times \delta - 2 W (h + \delta) = 0$$

$$\rightarrow P \times 0,00353 \times P - 2 W \times \delta - 2 h \times W = 0$$

$$\rightarrow 0,00353 \times P^2 - 2 \times 0,00353 \times W \times P - 2 h \times W = 0$$

$$\rightarrow P = \frac{(2 \times 0,00353)}{(2 \times 0,00353)} \times W + \sqrt{\left(\frac{2 \times 0,00353}{2 \times 0,00353} \right)^2 \times W^2 + \frac{2 W \times h}{0,00353}}$$

$$\rightarrow P = W + \sqrt{W^2 + \frac{2 W \times h}{0,00353}} = W \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 h}{0,00353 \times W}} \right] = W \times \phi$$

$$\rightarrow P = 0,12 \times \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 5 \text{ cm}}{0,00353 \text{ cm/tn} \times 0,12 \text{ tn}}} \right]$$

$$\rightarrow P = 0,12 \text{ tn} \times 154,7 = 18,56 \text{ tn}$$

Luego:

$$M_{CD} = 40 \text{ cm} \times 18,56 \text{ tn} = 742,4 \text{ tncm}$$

$$\sigma_1 = \frac{M_{CD}}{W_x} = \frac{742,4 \text{ tncm}}{600 \text{ cm}^3} = 1,24 \text{ tn/cm}^2$$

$$M_{CB} = 13,33 \text{ cm} \times 18,56 \text{ tn} = 247,4 \text{ tncm}$$

$$N_{CA} = -0,67 \times 18,56 \text{ tn} = 12,4 \text{ tn}$$

$$\sigma_2 = -\frac{N_{CB}}{\Omega} + \frac{M_{VB}}{W_x} = -\frac{12,4 \text{ tn}}{84,6 \text{ cm}^2} - \frac{247,4 \text{ tncm}}{600 \text{ cm}^3} = -0,56 \text{ tn/cm}^2$$

$$M_{CA} = 26,67 \text{ cm} \times 18,56 \text{ tn} = 495,0 \text{ tncm}$$

$$N_{CA} = +0,33 \times 18,56 \text{ tn} = 6,1 \text{ tn}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_{CA}}{\Omega} + \frac{M_{CA}}{W_x} = \frac{6,1 \text{ tn}}{84,6 \text{ cm}^2} + \frac{495,0 \text{ tncm}}{600 \text{ cm}^3} = 0,90 \text{ tn/cm}^2$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = 1,24 \text{ tn/cm}^2$$

TP N° 11.4:

El sistema de la figura se halla sometido a la acción de una carga que varía alternativamente de P a 1,5 P. Se pide:

- Dimensionar las barras \overline{AB} , \overline{BC} , y \overline{CD} con 1 P.N.L de alas iguales, con una sección única para todas las barras
- Con la sección adoptada, hallar el coeficiente de seguridad resultante en cada barra

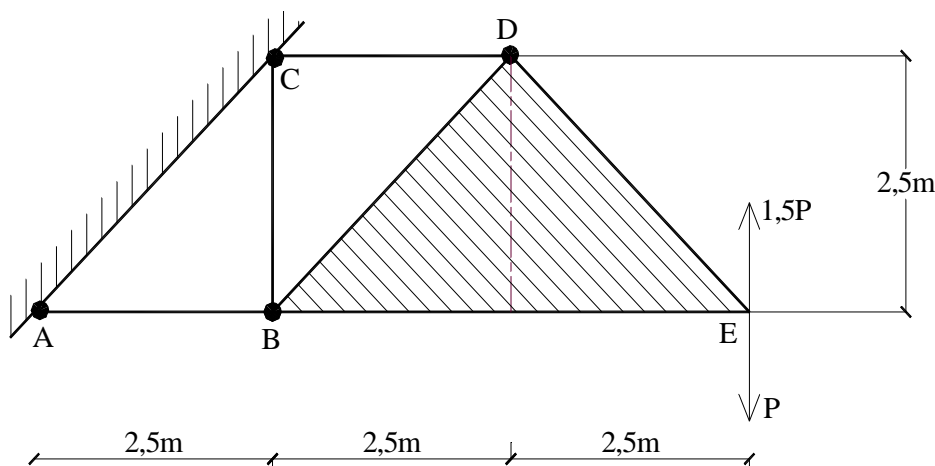
Datos:

$P = 3 \text{ tn}$

$\sigma_F = 2400 \text{ kg/cm}^2$

$\sigma_A = 1200 \text{ kg/cm}^2$

$\sigma_{adm} = 1400 \text{ kg/cm}^2$



1- Solicitaciones

1.a) Debido a P:

$\sum M_C = 0 \rightarrow S_3 \times 2,5 + P \times 5 = 0$

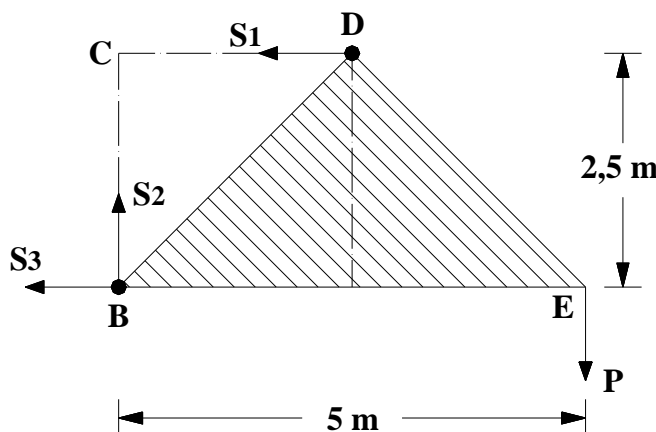
$\rightarrow S_3 = \frac{-5}{2,5} \times P = -6 \text{ tn (comp.)}$

$\sum M_B = 0 \rightarrow -S_1 \times 2,5 + P \times 5 = 0$

$\rightarrow S_1 = \frac{5}{2,5} \times P = 6 \text{ tn (tracc.)}$

$\sum F_V = 0 \rightarrow S_2 - P = 0$

$\rightarrow S_2 = P = 3 \text{ tn (tracc.)}$



1b) Debido a 1,5.P

$\sum M_C = 0 \rightarrow S_3 \times 2,5 - 1,5 P \times 5 = 0$

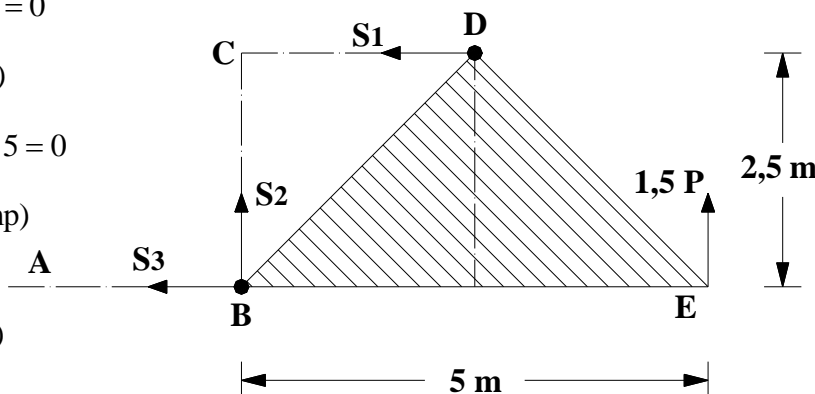
$\rightarrow S_3 = \frac{5 \times 1,5 P}{2,5} = +9 \text{ tn (tracc.)}$

$\sum M_B = 0 \rightarrow -S_1 \times 2,5 - 1,5 P \times 5 = 0$

$\rightarrow S_1 = \frac{-5 \times 1,5 P}{2,5} = -9 \text{ tn (comp.)}$

$\sum F_V = 0 \rightarrow S_2 + 1,5 P = 0$

$\rightarrow S_2 = -1,5 P = -4,5 \text{ tn (comp.)}$



Resumen de esfuerzos

Estado de carga	S ₁	S ₂	S ₃
↓ P	+ 6 tn	+ 3 tn	- 6tn
↑ 1,5 P	- 9 tn	- 4,5 tn	+ 9 tn

2- Dimensionamiento (de teoría)

$$\Omega \geq \frac{F_{\max}}{\sigma_{adm}} \left[\frac{1}{\beta} - \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \times \frac{F_m}{F_{\max}} \right] \quad \text{con } \beta = \frac{\sigma_A}{\sigma_F}$$

F_{máx} corresponde a la carga de mayor valor absoluto.

$$\left. \begin{array}{l} F_{\max} = + 9 \text{ tn} \\ F_{\min} = - 6 \text{ tn} \end{array} \right\} F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} = \frac{(+ 9 \text{ tn} - 6 \text{ tn})}{2} = 1,5 \text{ tn}$$

$$\beta = \frac{\sigma_A}{\sigma_F} = \frac{1,2 \text{ tn/cm}^2}{2,4 \text{ tn/cm}^2} = 0,5 \quad ; \quad \sigma_{adm} = 1,4 \text{ tn/cm}^2$$

$$\Omega \geq \frac{9 \text{ tn}}{1,4 \text{ tn/cm}^2} \left[\frac{1}{0,5} - \left(\frac{1}{0,5} - 1 \right) \times \frac{1,5 \text{ tn}}{9 \text{ tn}} \right] = 11,79 \text{ cm}^2$$

Adopto : 1PNL70 × 9 → F = 11,9 cm²

3-Coeficiente de seguridad

La ley de Soderberg establece que:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_A} = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_F} \Rightarrow \sigma_a = \sigma_A - \frac{\sigma_A}{\sigma_F} \times \sigma_m = \sigma_A - \beta \times \sigma_m$$

Teniendo en cuenta la seguridad del sistema podemos escribir que:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_A}{\upsilon} - \beta \times \sigma_m \rightarrow \frac{\sigma_A}{\upsilon} = \sigma_a + \beta \times \sigma_m$$

$$\rightarrow \upsilon = \frac{\sigma_A}{\sigma_a + \beta \times \sigma_m}$$

Luego:

$$F_m = \left(\frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \right) = \frac{(9 - 6) \text{ tn}}{2} = 1,5 \text{ tn}$$

$$F_a = \left(\frac{F_{\max} - F_{\min}}{2} \right) = \frac{[9 - (-6)] \text{ tn}}{2} = 7,5 \text{ tn}$$

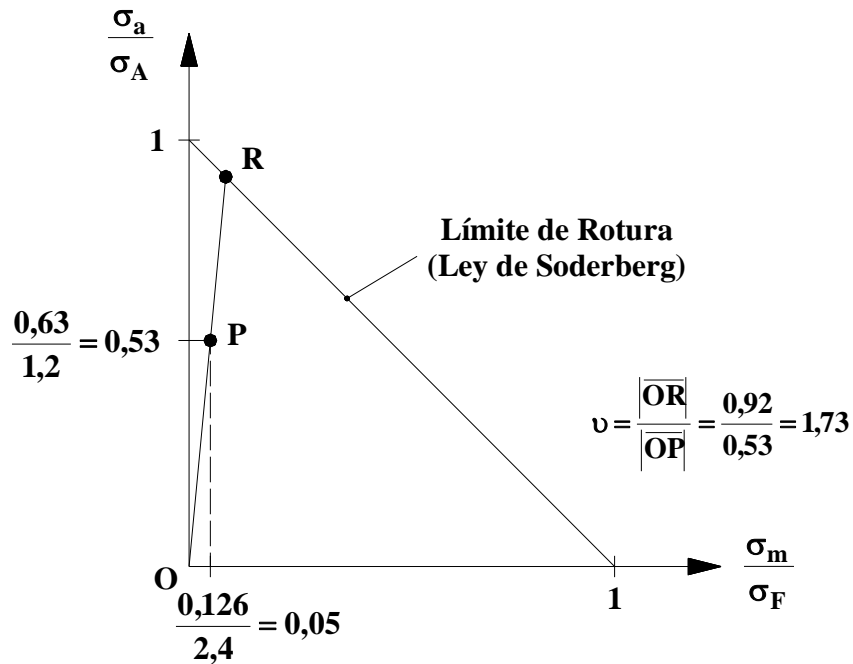
$$\beta = \frac{\sigma_A}{\sigma_F} = 0,5$$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{\Omega} = \frac{1,5 \text{ tn}}{11,9 \text{ cm}^2} = 0,126 \text{ tn/cm}^2$$

$$\sigma_a = \frac{F_a}{\Omega} = \frac{7,5 \text{ tn}}{11,9 \text{ cm}^2} = 0,630 \text{ tn/cm}^2$$

$$v = \frac{1,2 \text{ tn/cm}^2}{0,63 \text{ tn/cm}^2 + 0,5 \times 0,126 \text{ tn/cm}^2} = 1,73$$

→ $v = 1,73$ coeficiente de seguridad del sistema por ser el de la barra más solicitada.



TP N° 11.5:

Dimensionar la siguiente viga sometida a una carga cíclica que toma valores de P_1 en una dirección y de P_2 en la otra, con una sección rectangular.

Datos:

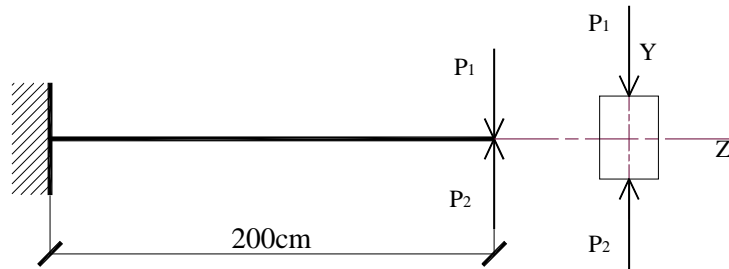
$$P_1 = 0,8 \text{ tn}$$

$$P_2 = 0,5 \text{ tn}$$

$$\sigma_F = 2,10 \text{ tn/cm}^2$$

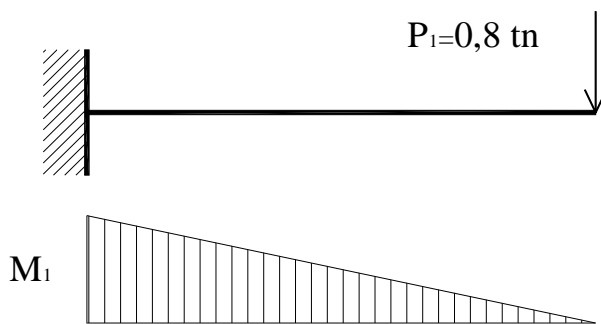
$$\sigma_A = 1,4 \text{ tn/cm}^2$$

$$\frac{h}{b} = 2$$

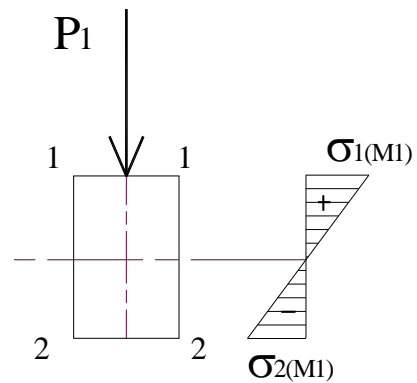


1- Solicitaciones

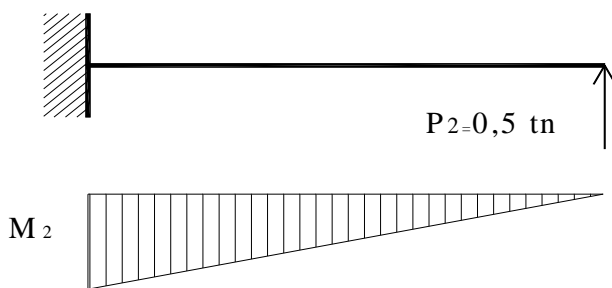
1.a) Debido a P_1



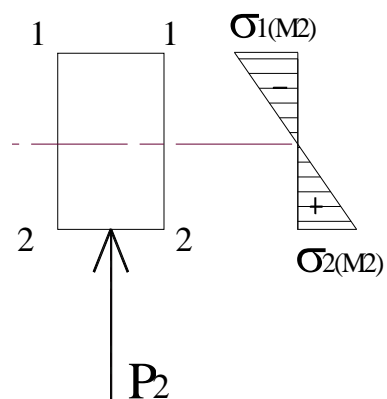
$$M_1 = P_1 \times l = 0,8 \text{ tn} \times 200 \text{ cm} = 160 \text{ tncm}$$



1.b) Debido a P_2



$$M_2 = P_2 \times l = 0,5 \text{ tn} \times 200 \text{ cm} = 100 \text{ tncm}$$



2- Dimensionamiento: (de teoría)

$$W_{nec} \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} \left[\frac{1}{\beta} - \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \times \frac{M_m}{M_{max}} \right]$$

El momento máximo es el que corresponde al momento de mayor valor absoluto.

a) Fibra 1-1

$$M_{\max} = 160 \text{ tncm} ; \quad M_{\min} = -100 \text{ tncm}$$

$$\beta = \frac{\sigma_A}{\sigma_F} = \frac{1,4 \text{ tn/cm}^2}{2,1 \text{ tn/cm}^2} = 0,67$$

$$M_m = \frac{(M_{\max} + M_{\min})}{2} = \frac{(160 - 100)}{2} \text{ tncm} = 30 \text{ tncm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$W_{\text{nec}} = \frac{160 \text{ tncm}}{1,4 \text{ tn/cm}^2} \times \left[\frac{1}{0,67} - \frac{30 \text{ tncm}}{160 \text{ tncm}} \left(\frac{1}{0,67} - 1 \right) \right] = 160 \text{ cm}^3$$

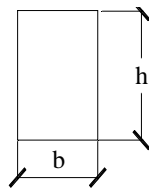
$$\text{si } \frac{h}{b} = 2 \rightarrow h = 2b$$

$$W = \frac{b \times h^2}{6} = \frac{b \times (2b)^2}{6} = \frac{4 \times b^3}{6} \geq 160 \text{ cm}^3 \rightarrow b \geq \sqrt[3]{\frac{160 \times 6}{4}}$$

$$\rightarrow b \geq 6,21 \text{ cm}$$

$$\text{Adopto: } \begin{cases} b = 6,5 \text{ cm} \\ h = 13,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow W = \frac{b \times h^2}{6} = 183 \text{ cm}^3$$



3-Coeficiente de seguridad

Según la Ley de Soderberg:

$$v = \frac{\sigma_A}{\sigma_a + \beta \times \sigma_m}$$

$$\text{donde } \begin{cases} \sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m \rightarrow \sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_m \\ \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{160 \text{ tncm}}{183 \text{ cm}^3} = 0,87 \text{ tn/cm}^2 \\ \sigma_m = \frac{M_m}{W} = \frac{30 \text{ tncm}}{183 \text{ cm}^3} = 0,16 \text{ tn/cm}^2 \\ \sigma_a = 0,87 - 0,16 = 0,71 \text{ tn/cm}^2 \end{cases}$$

$$v = \frac{1,4 \text{ tn/cm}^2}{0,71 \text{ tn/cm}^2 + 0,67 \times 0,16 \text{ tn/cm}^2} = 1,71$$

TP N° 11.6:

El sistema de la figura pertenece a un mecanismo destinado a contar cuantos productos se desplazan por medio de una cinta transportadora; por la parte inferior del contador. El sistema detecta la existencia de un nuevo elemento cada ves que el punto C hace contacto con el D. Considerando CM como rígido, determinar el coeficiente de seguridad de la viga AB aplicando la teoría de Soderberg.

Datos:

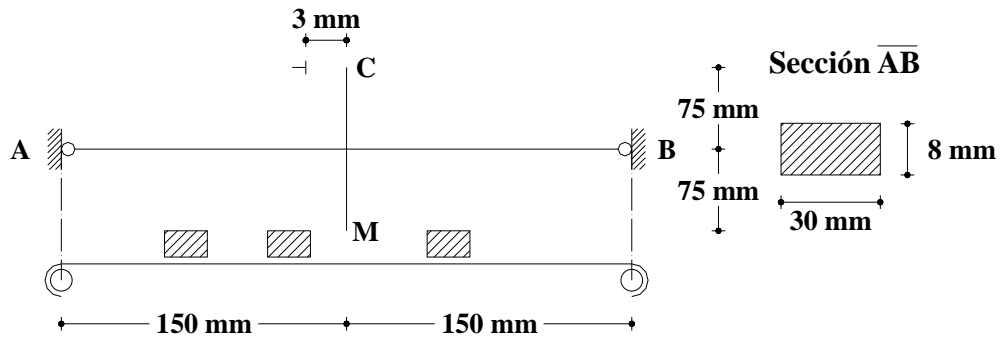
$$E = 2100 \text{ tn/cm}^2$$

$$\sigma_R = 10,5 \text{ tn/cm}^2$$

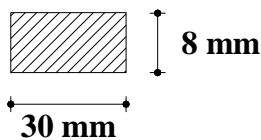
$$\sigma_F = 9 \text{ tn/cm}^2$$

$$\sigma_A = 5,3 \text{ tn/cm}^2$$

$$\overline{CM} = 150 \text{ mm}$$



1- Características geométricas



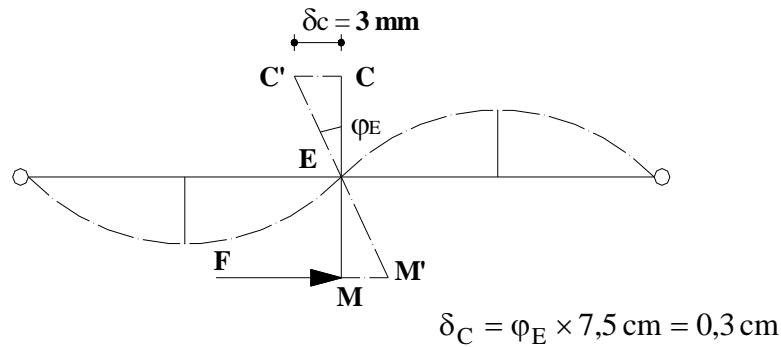
$$\Omega = 3 \times 0,8 = 2,4 \text{ cm}^2$$

$$W_x = \frac{3 \times 0,8^2}{6} = 0,32 \text{ cm}^3$$

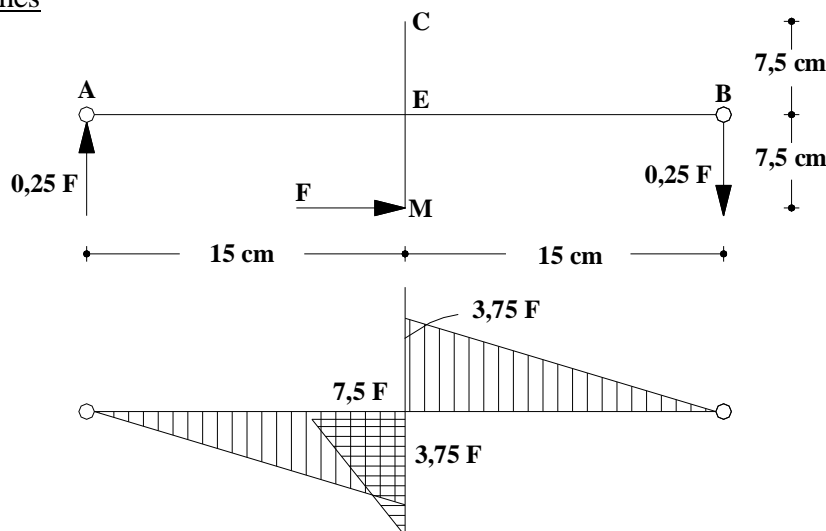
$$I_x = \frac{3 \times 0,8^3}{12} = 0,128 \text{ cm}^4$$

2- Cargas del sistema

Conociendo las deformaciones es posible obtener las cargas que las producen.



2-a) Solicitaciones



$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A \times 30 \text{ cm} - F \times 7,5 \text{ cm} = 0$$

$$\rightarrow V_A = \frac{7,5}{30} \times F = 0,25 F$$

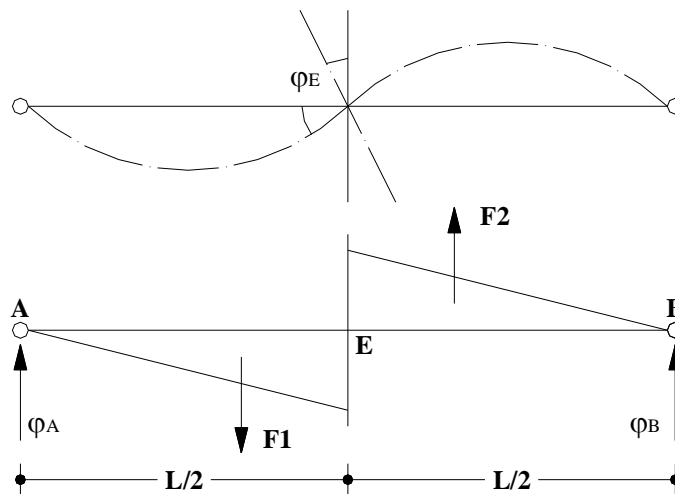
$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_B \times 30 \text{ cm} - F \times 7,5 \text{ cm} = 0$$

$$\rightarrow V_B = \frac{7,5}{30} \times F = 0,25 F$$

2-b) Determinación de F

Cálculo de φ_E aplicando 1° y 2° teoremas de Mohr:

$$\varphi_E = -\varphi_A + F_1$$



$$F_1 = F_2 = \frac{3,75 \times F (\text{cm}) \times 15 \text{ cm}}{2 E \times I} = \frac{28,125 F}{E \times I} \text{ cm}^2$$

$$\delta_B^V = 0 \rightarrow \varphi_A \times L - F_1 \times \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{6} \right) + F_2 \left(\frac{2}{3} \times \frac{L}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow \varphi_A \times L - F_1 \times \frac{2}{3} L + F_2 \times \frac{L}{3} = 0$$

$$\rightarrow \varphi_A = \frac{2}{3} \times F_1 - \frac{F_2}{3} = \frac{F_1}{3} = \frac{9,375 \times F}{E \times I} \text{ cm}^2$$

$$\text{luego: } \varphi_E = -\varphi_A + F_1 = \frac{(-9,375 + 28,125) \times F}{E \times I} =$$

$$\varphi_E = \frac{18,75 \times F}{E \times I} \text{ cm}^2$$

$$\text{luego: } \delta_C = \varphi_E \times 7,5 \text{ cm} = 0,3 \text{ cm}$$

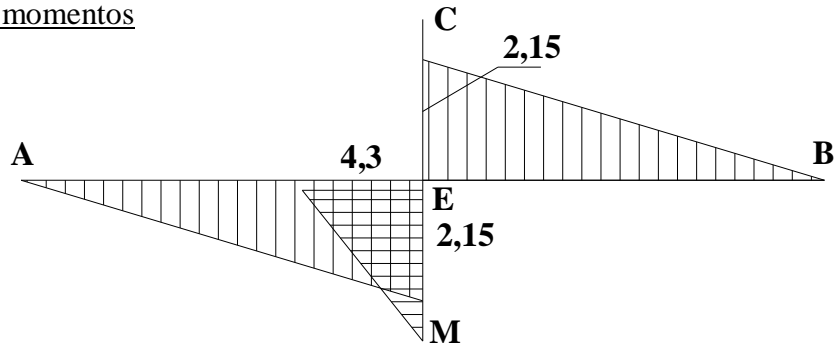
$$\frac{18,75 \times F}{E \times I} (\text{cm}^2) \times 7,5 \text{ cm} = 0,3 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \frac{140,625 \times F}{E \times I} (\text{cm}^3) = 0,3 \text{ cm}$$

$$\rightarrow F = \frac{0,3 \text{ cm} \times E \times I}{140,625 \text{ cm}^3} = \frac{0,3 \text{ cm} \times 2100 \text{ tn/cm}^2 \times 0,128 \text{ cm}^4}{140,625 \text{ cm}^3} =$$

$$\rightarrow F = 0,57344 \text{ tn}$$

2-c) Valores de momentos



$$M_E^A = M_E^B = 3,75 \times F = 3,75 \text{ cm} \times 0,5734 \text{ tn} = 2,15 \text{ tncm}$$

$$M_E^M = 7,5 \times F = 7,5 \text{ cm} \times 0,5734 \text{ tn} = 4,3 \text{ tncm}$$

3- Tensiones

En la viga AB

$$M_{\max} = 2,15 \text{ tncm} \rightarrow \sigma_{\max} = \frac{2,15 \text{ tncm}}{0,32 \text{ cm}^3} = 6,72 \text{ tn/cm}^2$$

$$M_{\min} = 0 \rightarrow \sigma_{\min} = 0 \text{ tn/cm}^2$$

$$\text{Luego: } \sigma_m = \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})}{2} = \frac{(6,72 + 0)}{2} = 3,36 \text{ tn/cm}^2$$

$$\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_m = 6,72 \text{ tn/cm}^2 - 3,36 \text{ tn/cm}^2 = 3,36 \text{ tn/cm}^2$$

4- Coficiente de seguridad: según la Ley de Soderberg.

$$v = \frac{\sigma_A}{\sigma_a + \beta \times \sigma_m} \text{ con: } \beta = \frac{\sigma_A}{\sigma_F} = \frac{5,3}{9,0} = 0,59$$

$$v = \frac{5,3 \text{ tn/cm}^2}{3,36 \text{ tn/cm}^2 + 0,59 \times 3,36 \text{ tn/cm}^2} = 0,99 < 1 \Rightarrow \text{M.C}$$

El punto P que representa el estado de tensiones en fatiga se encuentra sobre el limite de rotura.

